

نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی

اسدالله فلاحی*

چکیده

مرتضی حاج‌حسینی به تازگی ویراست دوم کتاب خویش طرحی نو از اصول و مبانی منطق را منتشر و مانند ویراست نخست، چهار منطق ناکلاسیک (تابع‌ارزشی، غیرتابع‌ارزشی و ترکیب‌هایی از آن دو) را معرفی کرده است. در این مقاله، صرفاً به نظام تابع‌ارزشی او و نقدهای صوری-ریاضی وارد به آن می‌پردازم و مباحث مربوط به نظام غیرتابع‌ارزشی و نیز نقدهای فلسفی و غیرصوری وارد به هر دو نظام و نیز مطالب تاریخی مرتبط را به مقاله‌های دیگری خواهم سپرد. نقدهای صوری مهم عبارت‌اند از ۱. دور در برخی تعریف‌ها؛ ۲. از دست رفتن قاعده‌جانسنینی؛ ۳. بیان نادرست قاعده‌های برهان خلف؛ ۴. مربوط نبودن مقدمات و نتایج استنتاج‌ها؛ ۵. هم‌ارزی یک فرمول با چند فرمول ناهم‌ارز؛ ۶. عدم تطابق شرطی با استنتاج. انتقادهای کم‌اهمیت‌تری هم هست که عبارت‌اند از ۷. عدم بیان قاعده فرض؛ ۸. عدم بیان دلیل هارمونی نداشتن قاعده حذف فاصل در منطق کلاسیک و هارمونی داشتن قیاس انفصالی در نظام تابع‌ارزشی؛ ۹. بیان قاعده‌های برهانک‌ها و عدم استفاده از آنها. کلیدواژه‌ها: منطق کلاسیک، نظام تابع‌ارزشی، دور، نرمال، تعدی، استنتاج.

مقدمه

مرتضی حاج‌حسینی در سال ۱۳۹۶ کتابی با عنوان طرحی نو از اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها» و در سال ۱۴۰۱ ویراست دوم آن را با

falahiy@yahoo.com

* استاد، گروه منطق، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران، تهران، ایران (نویسنده مسؤل)

** پیش‌نویس‌هایی از این مقاله را داود حسینی و علیرضا دارابی خواندند و پیشنهادهای ارزشمندی به نگارنده مقاله دادند که از آنها بابت این بسیار سپاسگزارم. آشکار است که مسؤلیت همه خطاهای مقاله بر عهده نگارنده است.

اندکی تغییر در عنوان با نام طرحی نو از اصول و مبانی منطق با معرفی دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها منتشر کرده است. او در هر دو ویرایش این کتاب دو منطق معرفی می‌کند: یکی برای ادات‌های تابع‌ارزشی (مانند استلزام مادی، عاطف و فاصل که به ترتیب با نمادهای \supset ، \wedge و \vee نشان داده می‌شوند) و دیگری برای ادات‌های غیرتابع‌ارزشی (مانند شرطی لزومی، انفصال عنادی و عطف مفهومی که به ترتیب با نمادهای \rightarrow ، $+$ و \circ بیان می‌شوند).

نویسنده کتاب در طراحی دو نظام تابع‌ارزشی و غیر تابع‌ارزشی خود نوآوری‌های فراوانی به دست داده و همین مسئله کار او را متمایز از همه آثار مشابه پیشین ساخته است:

با توجه به ... ساختار نحوی و معنایی متفاوت نظام منطقی تابع‌ارزشی در مقایسه با نظام منطقی کلاسیک و ... ساختار بدیع نظام غیرتابع‌ارزشی، روشن است که ساختار هر یک از دو نظام معرفی شده در این کتاب ... فاقد پیشینه و بنابراین، بدیع و بی‌سابقه به شمار می‌آیند مگر اینکه نکات فوق را نادیده بگیریم و به بهانه اندک مشابهت هر یک از این دو نظام با سایر نظام‌ها، هر یک از این دو نظام را به گزاف، رونوشت ناقص یا تکمیل‌شده نظامی دیگر به شمار آوریم ... (حاج حسینی ۱۴۰۱ق، پیشگفتار ص ط و جمع‌بندی نهایی ص ۲۸۴).

البته همین نوآوری‌ها سبب شده است که انتقادهایی به هر یک از نظام‌های منطقی طراحی شده در کتاب وارد شود که در این مقاله می‌خواهم به برخی از آنها در حد وسع این مقاله پردازم. بیشتر انتقادها هم به ویراست نخست وارد هستند و هم به ویراست دوم. هرچند برخی از نقدها به نظام‌های منطقی ویراست نخست، در ویراست دوم مورد توجه قرار گرفته و اصلاحاتی اعمال شده است، همچنان نقدهایی بدون پاسخ مانده و نقدهای تازه‌ای قابلیت طرح یافته است. این نقدها به دو دسته صوری و غیرصوری (یا به بیانی دیگر، به دو دسته ریاضی و فلسفی) تقسیم می‌شوند. در این مقاله، صرفاً به نقدهای صوری-ریاضی در نظام تابع‌ارزشی معرفی شده در ویرایش دوم کتاب طرحی نو خواهم پرداخت و نقدهای فلسفی و غیرصوری و نیز مطالب تاریخی مرتبط را به مقاله دیگری خواهم سپرد.

منطق‌های تابع‌ارزشی و غیر تابع‌ارزشی معرفی شده در این دو ویرایش همگی فراسازگار هستند به این معنا که اصل انفجار (EFQ) هرچند قضیه‌ای از نظام تابع‌ارزشی این کتاب است اما قاعده‌ای از این نظام نیست:

$$\vdash (A \wedge \sim A) \supset B$$

$$A, \sim A \not\vdash B$$

چنان که حتی قضیه‌ای از نظام غیرتابع‌ارزشی این کتاب نیز نیست:

$$\# (A \wedge \sim A) \rightarrow B$$

از اینجا آشکار می‌شود که نمادهای استنتاج و شرطی به ترتیب در نظام تابع‌ارزشی و در نظام غیرتابع‌ارزشی این کتاب بیشتر شبیه منطق ربط هستند تا منطق کلاسیک (هرچند نماد شرطی در نظام تابع‌ارزشی این کتاب کاملاً مطابق با استلزام مادی منطق کلاسیک است).

از آنجا که پرداختن به نظام‌های تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی این کتاب و بیان همه نقدهای صوری، فلسفی و تاریخی آن، حجم مقاله را از اندازه متداول آن فراتر می‌برد، ناگزیر، در این مقاله صرفاً به معرفی اجمالی نظام تابع‌ارزشی در ویرایش دوم این کتاب می‌پردازم و برخی نقدهای صوری آنها را بیان می‌کنم به امید آنکه در ویرایش‌های بعدی، مد نظر نویسنده محترم کتاب قرار بگیرند. امیدوارم نظام غیرتابع‌ارزشی و ابعاد تاریخی و فلسفی هر دو نظام را بتوانم در مقالات دیگری بررسی کنم.

در ادامه، به جز موارد صریحاً ذکر شده، همه ارجاع‌ها به ویرایش دوم این کتاب مرتبط است و صرفاً به نوشتن شماره صفحه بسنده خواهم کرد.

۱. دور در تعریف «درستی»

حاج‌حسینی در این کتاب تعریف‌های منطق کلاسیک برای «درستی» و «اعتبار» استدلال‌ها و قواعد استنتاج را نمی‌پذیرد و حتی، برهان را به درست و نادرست و معتبر و نامعتبر تقسیم می‌کند.

۱.۱. دو شرط جدید در تعریف استدلال «درست»

نویسنده کتاب استدلال «درست» را چنین تعریف می‌کند:

مقدمه‌ها باید با هم سازگار باشند مگر اینکه نتیجه هم ناسازگار باشد ... نتیجه نباید قضیه/صدق منطقی باشد مگر اینکه مقدمه/مقدمه‌ها همه اصل موضوع یا قضیه/صدق منطقی باشند (پیشگفتار ص ح).

و در جای دیگر می‌نویسد:

استدلال در ساختار نحوی، درست به شمار می‌آید اگر و تنها اگر شرط‌های سه‌گانه زیر برقرار باشد:

۱. اگر نتیجه نحوی ناسازگار نیست، مقدمه‌ها با هم مجموعه‌ای نحوی ناسازگار تشکیل ندهند؛

۲. اگر همه مقدمه‌ها، اصل موضوع یا قضیه نیستند، نتیجه، قضیه نباشد؛

۳. نتیجه در فرایندی که از آن به برهان یاد می‌شود، به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج از مقدمه / مقدمه‌ها به دست آید (ص ۱۲ و ۷۳).

توجه شود که دو شرط (۱) و (۲) در ویرایش نخستین کتاب طرح نشده بودند. نویسنده کتاب در ویرایش دوم حتی قاعده‌های استنتاج را نیز محکوم به این دو شرط می‌داند:

استنتاج نتیجه به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج به تنهایی ضامن درستی استدلال نیست و اگر شرط‌های اول و دوم تامین نشوند، درستی استدلال تضمین نمی‌شود. **این دو شرط بر قاعده‌های استنتاج نیز حاکم است** (ص ۱۲ و ۱۳). (تاکید از نویسنده کتاب است).

نویسنده کتاب، در ادامه، دلایل فلسفی بر افزودن شرط‌های اول و دوم به تعریف درستی برهان و قاعده استنتاج می‌آورد (ص ۱۳ و ۱۴ و ص ۱۷ بند ۲) که به دلیل تقید به عدم پرداختن به مسائل فلسفی در این مقاله، ناگزیر از آنها می‌گذرم و به لوازم صوری آن می‌پردازم. صرفاً به منظور تسهیل در ارجاع، شرط‌های (۱) و (۲) که نویسنده کتاب دلایل فلسفی بر افزودن آنها به تعریف «درستی» دارد را «شرط‌های فلسفی» می‌نامم و شرط (۳) را که مشترک میان منطق کلاسیک و منطق‌های حاج حسینی است «شرط منطقی» می‌نامم. تأکید می‌کنم که این نام‌گذاری هیچ بار ارزش‌گذاری ندارد و صرفاً برای تسهیل در ارجاع به این شرط‌ها در ادامه مقاله است.

۲.۱. بازنویسی شرایط «درستی»

به گمان من، استدلال «درست» در تعریف حاج حسینی را می‌توان به زبان ساده‌تری نیز بیان کرد: استدلال «درست» آن است که (اولاً) نتیجه استدلال، باید به کمک قواعد استنتاج از مقدمات به دست بیاید، و (ثانیاً) نتیجه استدلال و ترکیب عطفی مقدمات باید یکی از سه حالت زیر را داشته باشند:

الف. یا هر دو قضیه باشند؛

ب. یا هر دو نقیض قضیه باشند؛

ج. یا هیچ کدام قضیه یا نقیض قضیه نباشند.

در واقع، شرط (اولاً) همان شرط منطقی (۳) در تعریف حاج حسینی است و شرط (ثانیاً) معادل شرط‌های فلسفی (۱) و (۲) است.

چنانچه واژه «اگر» در عبارت‌های نویسنده کتاب، که در بالا نقل کردم، تابع‌ارزشی گرفته شوند، به آسانی می‌توان نشان داد که عبارت‌های یاد شده معادل بیان من هستند. با این بیان جدید، به نقد محتوای تعریف می‌پردازم.

۳.۱. تعریف «قضیه درست» و «برهان درست»

قضیه (theorem) در منطق کلاسیک فرمولی است که با قواعد استنتاج بدون هیچ مقدمه‌ای به دست آمده باشد. نویسنده کتاب اما قضیه را به درست و نادرست تقسیم می‌کند. قضیه «درست» در تعریف حاج‌حسینی قضیه‌ای است که «برهان درست» داشته باشد. برهان «درست» هم آن است که هر سطر آن یک استدلال «درست» باشد، یعنی هر فرمول در هر سطر برهان به همراه ترکیب عطفی فرمول‌هایی که بر آن استوار است یک استدلال «درست» تشکیل دهند. اما استدلال «درست» نیز بنا به تعریف آن است که نتیجه‌اش «قضیه» نباشد مگر اینکه همه مقدمات‌اش «قضیه» باشد. آیا در این تعریف، دور نهفته است؟ به این مسئله در ادامه خواهیم پرداخت.

۴.۱. تعریف «نحوی ناسازگار» و «قضیه»

از آنجا که تعریف «درست» در اصطلاح حاج‌حسینی مفاهیم «نحوی ناسازگار» و «قضیه» را به کار برده است، به ناگزیر تعریف او از این مفاهیم را می‌آورم:

مجموعه S نحوی سازگار است اگر و تنها اگر از این مجموعه به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج، تناقض به دست نیاید؛ بنابراین، اگر از مجموعه S به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج، تناقض حاصل شود، مجموعه S نحوی ناسازگار خواهد بود (ص ۱۶).
فرمول B نحوی سازگار است اگر مجموعه تک عضوی S_1 که B تنها عضو آن است، نحوی سازگار باشد و نحوی ناسازگار است اگر مجموعه تک عضوی S_1 که B تنها عضو آن است، نحوی ناسازگار باشد (ص ۱۶).

استدلال در حالت خاص که مجموعه مقدمه‌های آن تهی است و نتیجه، تنها به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج اثبات می‌شود، قضیه نامیده می‌شود. به عبارت دیگر، قضیه فرمولی است که بی‌آنکه بر مقدمه‌ای استوار باشد، تنها به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج اثبات می‌شود (ص ۱۶).

نویسنده کتاب بعدها به کمک این مفاهیم مفهوم «نتیجه نحوی» را نیز تعریف کرده است.

۵.۱. تعریف «نتیجه نحوی»

مفهوم «نتیجه نحوی» در کتاب (ص ۴۷) به صورت زیر تعریف شده است:

اگر $A \sim$ یک فرمول و S یک مجموعه از فرمول‌ها باشد، به نحوی که مجموعه $\{A \sim\} \cup S$ نحوی

ناسازگار باشد A نتیجه نحوی S است؛ یعنی:

$$S \cup \{\sim A\} \vdash (B \wedge \sim B) \vdash S \vdash A$$

انتقاد اول راجع به ابهام در فرمول اخیر است. ظاهراً مقصود از فرمول اخیر این است:

$$\text{If } S \cup \{\sim A\} \vdash B \wedge \sim B \text{ then } S \vdash A$$

$$S \cup \{\sim A\} \vdash B \wedge \sim B \Rightarrow S \vdash A$$

که به جای نماد فرازبانی استلزام مادی (if ... then) (که در فرازبان برای آن غالباً نماد \Rightarrow را به کار می‌برند)، حاج حسینی نماد استنتاج (\vdash) را به کار برده و باعث ابهام بیش از اندازه شده است. توجه کنیم که در فرازبان (چنان که در تعریف‌ها و فراقضایای منطقی) واژه‌های «اگر ... آنگاه» و «اگر و تنها اگر» را غالباً به معنای «استلزام مادی» و «هم‌ارزی مادی» به کار می‌برند و نه به معنای «استنتاج منطقی» و «تلازم منطقی» زیرا فرازبان غالباً در زبان نظریه مجموعه‌های کلاسیک بیان می‌شود که مبتنی است بر منطق مرتبه اول کلاسیک، که خود مبتنی است بر منطق گزاره‌های کلاسیک. طبیعتاً تا کسی منطق مرتبه اول غیر کلاسیک خود و نظریه مجموعه‌های غیر کلاسیک خود را معرفی نکرده است حق ندارد از آن در تعریف‌ها و فراقضایا استفاده کند؛ و استناد به «شهود طبیعی» - که کاملاً مورد مناقشه طرفین نزاع است - در واقع مصادره به مطلوب است.

اکنون، انتقاد دیگری که به تعریف حاج حسینی از «قضیه»، «نحوی ناسازگار» و «نتیجه نحوی» وارد است این است که با این تعریف‌ها، $P \supset P$ نتیجه نحوی $P \supset Q$ و $P \supset Q$ است؛ یعنی $P \supset Q, Q \supset P \vdash P \supset P$.

زیرا مجموعه زیر نحوی ناسازگار است:

$$\{P \supset Q, Q \supset P, \sim(P \supset P)\}.$$

چون فرمول $\sim(P \supset P)$ نحوی ناسازگار است. اما این درست بر خلاف ادعای صفحه ۴۸ کتاب است که این نتیجه نحوی را انکار می‌کند:

$$P \supset Q, Q \supset P \not\vdash P \supset P.$$

این نشان می‌دهد که تهافتی میان تعریف‌های کتاب وجود دارد.

۶.۱. دور در تعریف برهان درست

یک انتقاد صوری بسیار مهم به دو شرط فلسفی (۱) و (۲) که حاج حسینی به تعریف کلاسیک از «درستی» می‌افزاید، این است که اشتراط آنها دچار مغالطه دور است زیرا برای فهم استدلال و برهان «درست» باید مفاهیم «قضیه» یا «نحوی ناسازگار» را بفهمیم و برای فهم اینها باید استدلال و برهان «درست» را از پیش بدانیم. نویسنده کتاب این دو دسته از مفاهیم نحوی را بر اساس

یک‌دیگر تعریف کرده و دچار دور واضح و آشکاری شده است و این کل نظام نحوی او را دچار مغالطه کرده است.

برای توضیح دور، به تعریف «نحوی ناسازگار» توجه ویژه کنیم:

مجموعه S نحوی سازگار است اگر و تنها اگر از این مجموعه به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج، تناقض به دست نیاید؛ بنابراین، اگر از مجموعه S به کمک اصول موضوعه و قاعده‌های استنتاج، تناقض حاصل شود، مجموعه S نحوی ناسازگار خواهد بود (ص ۱۶) (تأکید از من است).

مقصود از «به دست نیاید» چیست؟ «به صورت درست به دست نیاید» یا «مطلقاً به دست نیاید»؟ عبارت بالا صراحتی در این زمینه ندارد. اگر مقصود اولی است - یعنی «به صورت درست به دست نیاید» - در این صورت، مشکل دور واضح است زیرا مفهوم «درست» بر حسب «نحوی ناسازگار» تعریف شده است و «نحوی ناسازگار» بر حسب «نحوی سازگار» و این مفهوم بر حسب «به صورت درست به دست نیامدن تناقض». اگر مقصود دومی است مفهوم «مطلقاً به دست آمدن» در کتاب به وضوح و دقت تعریف نشده و مورد تصریح قرار نگرفته است زیرا مقصود از واژه «مطلقاً» در اینجا واضح نیست.

اصولاً، برای پیشگیری از دور، می‌بایست ابتدا نظام استنتاج طبیعی و سپس مفاهیم «نحوی سازگار» و «نحوی ناسازگار» معرفی می‌شدند و سپس با افزودن شرط‌های فلسفی (۱) و (۲) مفهوم «درست» تعریف می‌شد. اما نویسنده کتاب درست بر عکس عمل کرده است یعنی اول تعریف «درست» را آورده است و سپس مفاهیم «نحوی سازگار» و «نحوی ناسازگار» و در پایان نظام استنتاج طبیعی را ذکر کرده و این شائبه دور را دامن زده است.

برای اینکه ببینیم یک استدلال درست از نظر منطق کلاسیک آیا در نظام تابع‌ارزشی کتاب درست است یا نه باید ابتدا یک برهان بیاوریم و سپس برای هر سطر برهان یک استدلال متناظر بنویسیم و آنگاه بررسی کنیم که آیا نتیجه آن استدلال متناظر، قضیه درست است یا نه و آیا مقدمات آن استدلال متناظر، نحوی ناسازگار است یا نه. برای هر کدام از این مراحل، باید برهان دیگری اقامه کنیم و همین روند را تا بی‌نهایت ادامه دهیم و به تسلسل نامتناهی دچار شویم. برای نمونه، می‌خواهیم ببینیم که آیا نمونه زیر از قاعده وضع مقدم در اصطلاح حاج‌حسینی «درست» است یا نه:

$$\vdash [((P \supset Q) \supset P) \supset P] \supset (P \supset P)$$

$$\vdash ((P \supset Q) \supset P) \supset P$$

$$\vdash P \supset P$$

دو مقدمه استدلال در منطق کلاسیک قضیه هستند اما نمی‌دانیم که آیا در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی هم قضیه هستند یا نه. بنابراین، ابتدا باید به دنبال برهان برای دو فرمول نخست بگردیم. اگر بدشانس باشیم و به برهان نرسیم باید در درستی برهان بالا متوقف شویم. اگر خوش‌شانس باشیم و برهانی برای هر دو سطر بیابیم باید تک تک سطرهای آن برهان را بکاویم و ببینیم آیا قاعده‌های استنتاج به کار رفته در آنها به «درستی» به کار رفته‌اند یا نه و در پایان به یک تسلسل بی‌نهایت دچار شویم.

شاید گفته شود که این سلسله بی‌شک یک جا به پایان می‌رسد؛ اما همین ادعا برهان می‌طلبد و نویسنده کتاب چنین برهانی نیاورده است. حتی اگر چنین برهانی بیاورد ما باید سطر سطر برهان او را بررسی کنیم و استدلال‌های متناظر آنها را بنویسیم و ببینیم که آیا نتایج آنها قضیه درست هستند یا نه و آیا مقدمه‌های آنها نحوی ناسازگار هستند یا نه. در این صورت، در پایان به یک تسلسل جدید دچار می‌شویم.

به گمان من، این تسلسل‌ها ناشی از دوری است که در تعریف «درست» و «نحوی ناسازگار» وجود دارد و اگر تعریف اصلاح شود تسلسل‌های یاد شده نیز از میان برخواهد خواست.

توجه کنیم که این دور در تعریف‌های سمانتیکی استدلال «معتبر» و «نامعتبر» (ص ۶۸ و ۷۳) وجود ندارد زیرا بر اساس آن تعریف‌ها، استدلال «معتبر» آن است که نتیجه استدلال به همراه ترکیب عطفی مقدمه‌ها یا (الف) هر دو صدق منطقی باشند یا (ب) هر دو کذب منطقی باشند یا (ج) هر دو ممکن‌الصدق باشند. در اینجا هیچ دوری وجود ندارد زیرا تعریف «صدق منطقی» و «کذب منطقی» (ص ۶۱ و ۶۲) و نیز تعریف «ممکن‌الصدق» هیچ وابستگی به تعریف استدلال «معتبر» ندارد بلکه مستقیماً بر اساس جدول‌های ارزش و به صورت «همیشه‌صادق»، «همیشه‌کاذب» و «گاهی صادق و گاهی کاذب» قابل تعریف است، مگر اینکه نویسنده کتاب بخواهد در اینجا نیز به گونه‌ای خود را دچار دور سازد.

۷.۱. دو راه‌حل برای پرهیز از دشواره دور

به نظر می‌رسد برای گریز از مغالطه دور در تعریف استدلال و برهان «درست» در نظام تابع‌ارزشی

کتاب دست کم دو راه‌حل وجود دارد:

یک راه حل این است که مانند بخش سمانتیک، تعریف «قضیه» و «نحوی سازگار» و مانند آن را به جداول ارزش گره بزنیم و میان نحو و سمانتیک خلط کنیم.

اما به نظر می‌رسد بهتر این است که مفاهیم یاد شده را بر پایه تعریف‌های کلاسیک‌شان در نظر بگیریم. بر پایه این پیشنهاد دوم، به نظر می‌رسد که بهتر است بگوییم:

در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی، استدلال «درست» آن است که اولاً در منطق کلاسیک قابل اثبات باشد و ثانياً نتیجه استدلال به همراه ترکیب عطفی مقدمه‌ها:

الف. یا هر دو قضیه منطق کلاسیک باشند؛

ب. یا هر دو نقیض یک قضیه منطق کلاسیک باشند؛

ج. یا هیچ کدام قضیه یا نقیض قضیه منطق کلاسیک نباشند.

اگر نماد \vdash را برای استنتاج کلاسیک و نماد \Vdash را برای استنتاج «درست» در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی در نظر بگیریم به نظر می‌رسد که استدلال‌های یک مقدمه‌ای «درست» حاج‌حسینی را به شیوه زیر می‌توانیم صورت‌بندی کنیم:

$$A \Vdash B: A \vdash B \text{ and (if } \vdash \sim A \text{ then } \vdash \sim B) \text{ and (if } \vdash B \text{ then } \vdash A).^1$$

از آنجا که شرطی‌های «if ... then» در این تعریف را تابع‌ارزشی در نظر گرفته‌ام، این تعریف معادل تعریف زیر خواهد بود:

$$A \Vdash B: A \vdash B \text{ and}$$

$$(\vdash A \wedge \vdash B \text{ or } \vdash \sim A \wedge \vdash \sim B \text{ or } (\nmid A \text{ and } \nmid B \text{ and } \nmid \sim A \text{ and } \nmid \sim B)).^2$$

به نظر من، با این بازتعریف، مشکل دور در تعریف‌های نحوی «درست» و «نادرست» از میان برمی‌خیزد. اما نقدی که به این بازتعریف وارد است این است که منطق کلاسیک را پیش‌فرض می‌گیرد ولی به نظر می‌رسد که نویسنده کتاب هیچ اعتباری برای منطق کلاسیک قائل نیست و نمی‌تواند آن را مبنا و پایه منطق خویش قرار دهد. به نظر من، بسیاری از ابهام‌ها در کتاب «طرحی نو» مربوط است به عدم تفکیک دو نماد \vdash و \Vdash و با تفکیک این دو نماد، برخی از اشکال‌های طرح شده در ادامه نیز طرح نمی‌شدند. از آنجا که نویسنده کتاب بین این دو نماد تفاوتی نگذاشته است، ناگزیر من نیز از به کار بردن آنها پرهیز خواهم کرد.

۲. از دست رفتن قاعده جانشینی

بر پایه تعریف‌های حاج‌حسینی از «درستی» و شرط‌های فلسفی (۱) و (۲) در آن، قاعده جانشینی از دست خواهد رفت زیرا هر چند استدلال‌های زیر درست هستند (یعنی برهان درست دارند):

- (1) $P \wedge Q \vdash P$
- (2) $P \vdash P \vee Q$
- (3) $P, P \supset Q \vdash Q$
- (4) $(P \supset Q) \wedge (Q \supset R) \vdash P \supset R$

اما برخی نمونه‌جانشین‌های آنها بنا به تعریف حاج‌حسینی نادرست هستند:

- (5) $P \wedge \sim P \vdash P$
- (6) $P \vdash P \vee \sim P$
- (7) $P, P \supset (Q \supset Q) \vdash Q \supset Q$
- (8) $(P \supset Q) \wedge (Q \supset P) \vdash P \supset P$

در مورد (5)، تناقض یک غیر تناقض را نتیجه داده است و در مورد (6) و (8) دو غیر قضیه دو قضیه را نتیجه داده‌اند و در مورد (7) یک قضیه و یک ناقضیه یک قضیه را نتیجه داده‌اند و اینها همگی از دیدگاه نویسنده کتاب نادرست است. انتقادهای فلسفی به از دست رفتن قاعده جانشینی را در مقاله دیگری به تفصیل خواهم آورد. در این مقاله اما در بخش ۵-۲، صرفاً نشان می‌دهم که هر چند نویسنده کتاب به از دست رفتن قاعده «جانشینی» واقف بوده، به پیامدهای صوری آن توجه نکرده است.

۲.۱. تعریف درستی برای برهان نمونه‌جانشین‌ها

نویسنده کتاب دو شرط فلسفی (۱) و (۲) در تعریف «استدلال درست» و تعریف «برهان درست» را به «نمونه‌جانشین استدلال» هم افزوده است:

اگر برای استدلال $B_1, \dots, B_n \vdash C$ [جای‌گذاری‌های مربوطه را انجام دهیم]..... استدلال دیگری ساخته می‌شود که آن را نمونه‌جانشین استدلال فوق می‌نامیم و برای آن هم برهان داریم مشروط به اینکه این جانشین‌سازی، از مقدمه/مقدمه‌ها مجموعه‌ای نحوی ناسازگار نسازد مگر اینکه از نتیجه نیز فرمولی نحوی ناسازگار بسازد و از نتیجه قضیه نسازد مگر اینکه از همه مقدمه‌ها نیز اصل موضوع یا قضیه بسازد (ص ۲۰).

از این تعریف و مثال‌های آغازین این بخش، آشکارا نتیجه می‌شود که قاعده جانشینی «درستی نگهدار» نیست.

۲.۲. تعریف نمونه‌جانشینی برای فرمول‌ها

نویسنده کتاب هم‌چنین در تعریف نمونه‌جانشین فرمول شرط می‌کند که فرمول مربوطه قضیه نباشد:

اگر در فرمول B [جای‌گذاری‌های مربوطه را انجام دهیم].. فرمول دیگری ساخته می‌شود که آن را نمونه‌جانشین B می‌نامیم مشروط به اینکه:
(۱) فرمول B ، قضیه نباشد.

(۱) جانشین‌سازی را تنها در مورد گزاره‌نشانه‌ها ... به کار برده باشیم.

(۲) به جای تمام موردهای یک گزاره‌نشانه، یک فرمول و تنها همان فرمول را نهاده باشیم (ص ۱۹ و ۲۰) (شماره‌گذاری‌ها عیناً از نویسنده کتاب است).

بر پایه این شرط‌ها، فرمول $Q \supset Q$ نمونه‌جانشین $P \supset P$ نیست و این برای نگارنده این مقاله بسیار عجیب است و دقیقاً معلوم نیست نویسنده کتاب چرا چنین شرطی را افزوده است. از فواید نمونه‌جانشینی (و شاید تنها فایده آن، یا مهم‌ترین فایده آن) این است که اگر برای یک قضیه برهان آوردیم برای نمونه‌جانشین‌هایش برهان را تکرار نکنیم. اما اشتراط «قضیه نبودن» در تعریف نمونه‌جانشین، سبب می‌شود که ناگزیر شویم برای هر نمونه‌جانشین خیلی طولانی از یک قضیه اثبات شده، برهان بسیار طولانی‌تر آن را از نو بنویسیم و این امری نیست که از نظر عقلانی پسندیده باشد.

از این رو، به نظر می‌رسد که شرط‌ها و قیدهای یادشده در ویرایش دوم احتمالاً برای پاسخ به نقدهای متعدد وارد بر ویرایش نخست کتاب به صورت موردی و تصنعی (*ad hoc*) افزوده شده است که در غیر این صورت، نویسنده کتاب باید دلایل خود بر این شرط‌ها و قیدها را ذکر می‌کرد.

۳. نظام استنتاج طبیعی

دستگاه نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی که به ظاهر به منطق کلاسیک بسیار نزدیک است تفاوت‌های اساسی با آن دارد و شاید مهم‌ترین تفاوت، چنان که دیدیم، در تعریف استنتاج «درست» باشد؛ اما تفاوت‌های دیگری نیز هست که آن را شایسته توجه می‌سازد.

۳.۱. زبان

زبان نحوی این نظام، افزون بر ادات‌های تابع‌ارزشی ناقض، استلزام مادی، عاطف و فاصل (که به ترتیب با نمادهای \sim ، \supset ، \wedge و \vee نشان داده می‌شوند)، شامل ادات‌هایی است برای هم‌ارزی مادی، انفصال حقیقی مادی یا اتفاقی، تناقض و صدق منطقی (که به ترتیب با نمادهای \equiv ، \perp و T نشان داده می‌شوند). این ادات‌های جدید ظاهراً به عنوان ادات‌های تعریف‌نشده معرفی شده‌اند (ص ۴۳) ولی می‌بینیم که در ادامه، هم‌ارزی مادی و انفصال حقیقی مادی بر حسب ادات‌های پیشین تعریف می‌شوند (ص ۴۴).

متأسفانه، برخی از کتاب‌های آموزشی منطق جدید نیز تمایز میان ادات‌های اصلی و فرعی (یا میان ادات‌های تعریف‌شده و تعریف‌نشده) را به وضوح مراعات نکرده‌اند. برای مثال، ضیا موحد در کتاب *درآمدی به منطق جدید*، تصریح کرده است که ادات دوشرطی «نشانه مستقلی نیست» و آن را تعریف کرده است (موحد ۱۳۶۸، ص ۵۱)، اما آن را جزء واژگان منطقی زبان آورده است (همان، ص ۶۸). اما در بیشتر کتاب‌های منطقی، این تمایز جدی گرفته شده، برای ادات‌های اصلی اصول موضوعه یا قواعد استنتاجی بیان می‌شود و برای ادات‌های فرعی تعریف ارائه می‌گردد.

۳.۲. نظام استنتاج طبیعی

نظام استنتاج طبیعی این منطق شامل دو اصل موضوع (امتناع اجتماع نقیضین و طرد شق ثالث) و هشت قاعده معرفی و حذف ادات‌ها است (ص ۴۶-۴۴ و ۵۳).

اصول

$A \vee \sim A$	طرد شق ثالث	$\sim (A \wedge \sim A)$	امتناع اجتماع نقیضین
-----------------	-------------	--------------------------	----------------------

قواعد

$\frac{A}{B} \\ \hline A \wedge B$	معرفی عاطف	$\frac{A \wedge B}{A} \quad \frac{A \wedge B}{B}$	حذف عاطف
$\frac{A \quad B}{A \vee B \quad A \vee B}$	معرفی فاصل	$\frac{A \vee B}{\sim A} \quad \frac{A \vee B}{\sim B} \\ \frac{B}{A}$	حذف فاصل
$\frac{[A] \\ \vdots \\ B}{A \supset B}$	معرفی استلزام مادی	$\frac{A \supset B}{A} \\ B$	حذف استلزام مادی
$\frac{[A] \\ \vdots \\ \perp}{\sim A}$	معرفی نقیض	$\frac{[\sim A] \\ \vdots \\ \perp}{A}$	حذف نقیض

یک نکته این که اصول موضوعه در ویرایش نخست کتاب معرفی نشده بودند و در ویرایش دوم بنا به ملاحظات فلسفی افزوده شده‌اند.

نکته دیگر اینکه در سه قاعده (۱) معرفی استلزام مادی و (۲) معرفی نقیض و (۳) حذف نقیض (یعنی دلیل شرطی و برهان خلف)، نماد کروشه [] در یک سطر ظاهراً یا به معنای «فرض کمکی» بودن آن سطر است یا به معنای بسته شدن آن فرض کمکی یا به هر دو معنا. نویسنده کتاب تصریح نکرده است که آیا این نماد را هم‌زمان با نوشتن آن سطر می‌نویسیم یا پس از آنکه قاعده‌های یاد شده اعمال شد؛ اگر در همان آغاز نوشته شوند به معنای «فرض کمکی» بودن هستند و اگر پس از اعمال قاعده‌ها، به معنای بسته شدن فرض کمکی.

در این سه قاعده، برای تسهیل در ارجاع، فرمولی که دقیقاً بالای خط افقی نوشته شده را «نتیجه موقت» می‌نامم و فرمولی که دقیقاً زیر خط افقی نوشته شده را «نتیجه اصلی» نام‌گذاری می‌کنم. اکنون، نویسنده کتاب در مورد هر سه قاعده یاد شده در پاراگراف پیشین تأکید می‌کند که شماره فرض فرمول فرض شده «لازم نیست» در شماره فرض‌های نتیجه موقت حضور داشته باشد (ص ۲۵۱، ۲۵۰، ۲۳۱، ۴۶، ۴۵). این اختیار در نظام غیرتابع‌ارزشی کتاب، چنان که در مقاله دیگری خواهیم دید، بنا به ملاحظات ربطی، سلب خواهد شد.

نکته مهم دیگر که بیان قاعده‌های دلیل شرطی و برهان خلف در کتاب بر آن تأکید دارد این

است که با هر بار کاربرد این سه قاعده، شماره فرض فرمول فرض شده باید از شماره فرض‌های نتیجه اصلی حذف شود. به نظر می‌رسد که این شرط هم در نظام تابع‌ارزشی می‌توانست اختیاری باشد ولی در نظام غیرتابع‌ارزشی البته الزامی است.

۴. انتقادهایی به نظام استنتاج طبیعی کتاب

در اینجا، برخی نقدها به نظام استنتاج طبیعی کتاب را مطرح می‌کنم.

۴.۱. عدم بیان قاعده فرض

یک انتقاد این است که قاعده «فرض» باید به عنوان یک قاعده جداگانه به مجموعه قواعد افزوده شود. متأسفانه برخی از نویسندگان کتاب‌های درسی منطق گزاره‌ها در مغرب‌زمین از نوشتن این قاعده به صورت جداگانه پرهیز کرده‌اند که به نظر می‌رسد این نقد به ایشان نیز وارد است.

هم‌چنین، در بیان قواعدی که شامل فرض هستند، فرمول فرض شده درون کروشه مانند [A] نوشته شده است (ص ۲۶۴، ۱۶۳، ۴۶، ۴۵) بدون اینکه توضیح داده شود این کروشه‌ها برای چیست. خواننده ایرانی آشنا با کتاب‌های منطق جدید منتشر شده در این کشور طبیعتاً مفهوم آن را درک نخواهد کرد مگر اینکه با برخی آثار منطقی مغرب‌زمین که این نماد را برای بستن فرض‌های کمکی به کار می‌برند آشنا باشد. ولی باید توجه کرد که این منطق‌دانان هنگامی از کروشه استفاده می‌کنند که چینش درختی و روش بدون شماره فرض استفاده می‌کنند. در روش‌هایی که از شماره فرض سود می‌برند و چینش خطی دارند (روشی که نویسنده کتاب نیز آن را به کار می‌برد) از نماد کروشه استفاده نمی‌شود و البته نیازی هم به آن نیست.

هم‌چنین، در بیان قواعدی که شامل فرض هستند، به جای نوشتن شماره فرض در سمت چپ شماره سطر، خود فرمول نوشته شده است (ص ۲۶۴، ۱۶۳، ۴۶، ۴۵) و این برخلاف برهان‌هایی است که در کتاب آمده است چون در این برهان‌ها هر جا فرض وجود دارد، پیش از شماره سطر آن فرض، همان شماره سطر آمده است نه خود آن فرض.

۴.۲. بیان قاعده‌های ادات فاصل

چنان که دیده می‌شود، قاعده حذف فاصل، بر خلاف آنچه رایج است، به صورت قیاس انفصالی (همان قیاس استثنائی مانع خلو در منطق سینوی) نوشته شده است. در ویرایش نخست کتاب، این قاعده به شیوه رایج گنتزنی به همراه دو فرض نوشته شده بود (۱۳۹۶، ص ۲۷) و در ویرایش دوم

بنا به ملاحظات صوری با قیاس انفصالی جایگزین شده است. ظاهراً، ملاحظه‌ی صوری مبحث «هارمونی» است که نویسنده کتاب اشاره بسیار کوتاهی به آن کرده است:

در نظام کلاسیک منطق گزاره‌ها، هیچ یک از دو قاعده حذف ادات فاصل و حذف ادات نقیض با قاعده معرفی همان ادات، هارمونی ندارد به این معنی که قاعده حذف این دو ادات، برگردان حرکت استنتاجی قاعده معرفی همان ادات نیست. در نظام تابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها اما قاعده حذف هر ادات با قاعده معرفی همان ادات، هارمونی دارد؛ یعنی قاعده حذف هر ادات، برگردان حرکت استنتاجی قاعده معرفی همان ادات است به نحوی که با معرفی و حذف متوالی یک ادات، نتیجه جدیدی حاصل نمی‌شود (ص ۹۴) (تأکیدها از من است).

البته نویسنده کتاب توضیح نداده است که مقصود از «نتیجه جدیدی حاصل نمی‌شود» چیست و چرا قاعده‌های فاصل در منطق کلاسیک هارمونی نداشته‌اند و در نظام تابع‌ارزشی او هارمونی دارند و صرفاً به این مسئله اکتفا می‌کند که قاعده قیاس انفصالی در منطق کلاسیک مسئله به شمار می‌رفته و باید اثبات می‌شده ولی در اینجا قاعده اصلی است و نیاز به اثبات ندارد:

به موجب این تفاوت، قاعده حذف فاصل نظام تابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها که از آن در برخی نظام‌های منطقی به قیاس انفصالی تعبیر می‌شود، در نظام کلاسیک منطق گزاره‌ها و قاعده حذف نقیض نظام کلاسیک منطق گزاره‌ها در نظام تابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها، مسأله به شمار می‌آید (ص ۹۴) (تأکیدها از من است).

هم‌چنین، حاج‌حسینی توضیح نداده است که آیا قاعده حذف فاصل کلاسیک در نظام تابع‌ارزشی او قابل اثبات هست یا نیست و آیا او این قاعده کلاسیک را اصولاً درست می‌داند یا خیر و آیا اجازه می‌دهد در برخی موارد به عنوان قاعده فرعی به کار رود یا نه.

۳.۴. بیان قاعده‌های برهان خلف

انتقاد دیگری که به نظام استنتاج طبیعی کتاب به نظر می‌رسد این است که قاعده‌های معرفی و حذف نقیض، به شیوه‌ای نادرست، دو نماد ناقض و تناقض را ترکیب کرده است بدون آنکه برای هر یک قواعد معرفی و حذف جداگانه ارائه کند. به گمان من، این نتیجه عدم تمایز میان ادات‌های اصلی و فرعی (تعریف نشده و تعریف شده) است که بیشتر ذکر کردم.

در ویرایش نخست، این دو قاعده به شیوه رایج‌تر و درست زیر نوشته شده بود (۱۳۹۶،

ص ۲۸):

$\frac{[A] \quad \vdots \quad B \wedge \sim B}{\sim A}$	معرفی نقیض	$\frac{[\sim A] \quad \vdots \quad B \wedge \sim B}{A}$	حذف نقیض
---------------------------------------------------------	------------	---------------------------------------------------------	-------------

هرچند در همان ویرایش نخست در ادامه به صورتی شبیه ویرایش دوم بازنویسی شده بود (همان، ص ۳۵).

به نظر من درست تر این بود که برای نماد تناقض دو قاعده زیر معرفی می شد:

$\frac{A \wedge \sim A}{\perp}$	معرفی تناقض	$\frac{\perp}{A}$	حذف تناقض
---------------------------------	-------------	-------------------	-----------

البته به دلیل اینکه نویسنده کتاب قاعده «حذف تناقض» را قبول ندارد (۱۴۰۱، ص ۱۴۰)، ناگزیر می بایست آن را حذف کند و به «معرفی تناقض» بسنده نماید. به نظر من، عدم ذکر قاعده «معرفی تناقض» سبب شده است که هیچ برهان خلفی در این نظام قابل اثبات نباشد زیرا بدون این قاعده، اصولاً نمی توان قاعده های «معرفی نقیض» و «حذف نقیض» در ویرایش دوم را به کار برد. شگفت تر اینکه نویسنده کتاب قاعده «معرفی تناقض» را بعدها به عنوان قاعده فرعی ذکر می کند بدون اینکه هیچ برهانی برای آن بیاورد (ص ۵۲-۵۱). به نظر می رسد که هیچ برهانی بر این قاعده وجود ندارد و می بایست به عنوان قاعده اصلی ذکر می شد و این یک انتقاد مهم به کتاب است.

یک نکته تاریخی اینکه نیو تَننت (Neil Tennant)^۳ که اندیشه های بسیار نزدیکی به حاج حسینی دارد، نماد \perp را نه به عنوان یک ثابت منطقی (صفرموضوعی) در زبان موضوعی بلکه به عنوان یک نماد فرازبانی و علامت ویرایشی به کار می برد (مانند کاما بین مقدمات استدلال که یک ثابت منطقی نیست بلکه یک نماد فرازبانی و ابزاری برای جدا کردن مقدمات است):

نماد \perp جمله اتمی نیست و هرگز به عنوان جزء فرمول به کار نمی رود؛ بلکه صرفاً یک ابزار

ویرایشی است که برای نشان دادن تناقض به کار می رود.^۴

تَننت نماد \perp را شبیه نماد \times می گیرد به معنای اینکه به یک تناقض رسیده ایم و باید برهان را به طور موقت متوقف کنیم و دست کم یکی از فرض های کمکی را بسته و سپس برهان را ادامه دهیم. اگر حاج حسینی چنین چیزی را در نظر دارد، لازم است که این نماد را از زبان موضوعی خارج کند و توضیحی مانند توضیح تَننت ارائه دهد.

۴. بیان قاعده‌های برهانک‌ها

انتقاد مهم دیگری که در منطق تابع‌ارزشی این کتاب باید به آن توجه شود، این است که نظام استنتاج طبیعی آن بر پایه شماره فرض‌هاست، نه بر پایه برهانک‌ها، هرچند به اشتباه در ص ۱۵ به برهانک‌ها اشاره‌ای مختصر و بدون کاربرد می‌شود.

در آنجا، اشاره شده است که فلش‌ها و خطوطی که برای برهانک‌ها در برخی کتاب‌ها به کار می‌روند نباید متقاطع باشند بلکه باید تودرتو یا پی‌درپی باشند. شگفت این است که نویسنده کتاب هرگز از این فلش‌ها و خطوط در کتاب استفاده نمی‌کند و معلوم نیست که چرا این ابزارهای بی‌استفاده و قوانین آن در اینجا ذکر شده‌اند.

البته در ص ۱۶۴ در نظام غیرتابع‌ارزشی، بحث مشابهی درباره فرض‌های کمکی و دامنه‌های آنها و ترتیب نوشتن و حذف کردن آنها بدون اشاره به فلش‌ها و خطوط آمده است که به نظر می‌رسد ویژه نظام غیرتابع‌ارزشی است و گویا ربطی به نظام تابع‌ارزشی ندارد (یا اگر دارد نویسنده کتاب آن را در بخش نظام تابع‌ارزشی مطرح نکرده است) و از این رو در این مقاله از آن درمی‌گذرم.

۵. انتقادهایی به نظام تابع‌ارزشی کتاب

در این بخش، انتقادهایی به کل نظام تابع‌ارزشی کتاب وارد می‌سازم که ریشه در تعریف «درستی» دارند و نه در قواعد استنتاج این نظام. این تعریف برای آن بوده است تا راه را بر استدلال‌های غیر ربطی ببندد ولی خواهیم دید که در این راه ناکام مانده است.

۵.۱. ربطی نبودن استنتاج‌ها

یک انتقاد که به نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی وارد است این است که در این نظام، استدلال‌های «غیر ربطی» درست هستند. به نظر می‌رسد یکی از دغدغه‌های نویسنده کتاب این بوده که استدلال‌هایی که مقدمات آنها بی‌ارتباط با نتیجه بوده‌اند را ممنوع بشمارد؛ اما می‌بینیم که در موارد بسیاری، استدلال‌های بی‌ارتباط در نظام تابع‌ارزشی او قابل اثبات هستند. برای نمونه، به استدلال زیر بنگرید:

$$A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$$

از آنجا که مقدمه و نتیجه استدلال یاد شده، هیچ کدام نه قضیه هستند و نه نقیض قضیه، بنابراین، شرط‌های فلسفی (۱) و (۲) در تعریف حاج حسینی از «درستی» برقرار هستند. برای بررسی شرط منطقی (۳)، توجه کنیم که این استدلال در نظام حاج حسینی برهان دارد:

- ف
 1. A
 اصل موضوع
 2. $B \vee \sim B$
 م ۱ و ۲
 3. $A \wedge (B \vee \sim B)$

بنابراین، شرط منطقی (۳) در تعریف حاج حسینی از «درستی» نیز برقرار است. اما این استدلال از دیدگاه شهود طبیعی و ارتباط مقدمه با نتیجه نامعتبر است چون سازه دوم نتیجه هیچ ربطی به مقدمه ندارد؛ یعنی صدق $B \vee \sim B$ هیچ ربطی به صدق A ندارد. شگفت است که حاج حسینی استدلال نامربوط بالا را درست می‌داند اما استدلال مربوط زیر را نادرست می‌شمارد:

$$A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \vee \sim B$$

این نشان می‌دهد که نظام تابع‌ارزشی حاج حسینی ملاحظات ربطی و شهود طبیعی را کاملاً نادیده می‌گیرد. در واقع، می‌توان منطق حاج حسینی را درست در مقابل منطق‌های ربط موجود قرار داد زیرا از دو استدلال زیر:

$$A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$$

$$A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \vee \sim B$$

حاج حسینی اولی را درست و دومی را نادرست می‌داند و منطق‌های ربط، درست بالعکس، اولی را نادرست و دومی را درست می‌شمارند. (در اینجا، مقصود من از «منطق‌های ربط» صرفاً منطق‌های اندرسون و بلنپ نیست، بلکه منطق‌های ربط تیموتی اسمایلی، نیو تانت، گراهام پریست و دیگران را نیز شامل می‌شود.)

۲.۵. هم‌آوردی با شاه و گدا، یا هم‌ارزی یک فرمول با چند فرمول ناهم‌ارز

در نظام تابع‌ارزشی، فرمولی وجود دارد که هم‌ارز چند فرمول ناهم‌ارز است، شبیه اینکه توان و زور و بازوی من هم‌زمان به اندازه توان و زور و بازوی حسین رضا زاده و یک معلول مادرزاد باشد، یا دارایی یک فرد معمولی در یک کشور پادشاهی هم‌زمان به اندازه دارایی شاه و گدا باشد. برای نمونه به چهار فرمول زیر بنگرید:

1. $(A \wedge \sim A) \wedge (B \wedge \sim B)$
2. $A \wedge \sim A$
3. $B \wedge \sim B$

$$4. (A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B)$$

آشکار است که فرمول اول بنا به حذف عاطف فرمول‌های دوم و سوم را نتیجه می‌دهد و هر یک از دو فرمول اخیر بنا به معرفی فاصل فرمول چهارم را نتیجه می‌دهند. اکنون نشان می‌دهم که فرمول چهارم فرمول سوم را نتیجه می‌دهد:

$$1 \quad 1. (A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B) \quad \text{ف}$$

$$2. \sim (A \wedge \sim A) \quad \text{اصل موضوع}$$

$$1 \quad 3. B \wedge \sim B \quad \text{حذف فاصل ۱ و ۲}$$

با برهانی مشابه می‌توان نشان داد که فرمول چهارم فرمول دوم را نیز نتیجه می‌دهد:

$$1 \quad 1. (A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B) \quad \text{ف}$$

$$2. \sim (B \wedge \sim B) \quad \text{اصل موضوع}$$

$$1 \quad 3. A \wedge \sim A \quad \text{حذف فاصل ۱ و ۲}$$

بنابراین، با ترکیب عطفی این دو نتیجه، پی می‌بریم که فرمول چهارم فرمول اول را نیز نتیجه می‌دهد. چکیده این استنتاج‌ها را به صورت خلاصه در زیر می‌آورم:

$$1 \vdash 2 \dashv\vdash 4 \dashv\vdash 1,$$

$$1 \vdash 3 \dashv\vdash 4 \dashv\vdash 1,$$

می‌بینیم که فرمول چهارم هم‌زمان هم‌ارز هر سه فرمول اول است؛ اما این سه فرمول از دیدگاه حاج‌حسینی و در نظام تابع‌ارزشی او ناهم‌ارزند. بنابراین، فرمول چهارم هم‌زمان هم‌ارز و هم‌توان با سه فرمول ناهم‌ارز و ناهم‌توان است. اینجا است که پی می‌بریم که من هم‌زمان هم‌دارایی با شاه و گدا هستم و هم‌زمان با هر دو هم‌آوردی می‌کنم و نه کم می‌آورم و نه زیاد! این ایراد هم‌زمان به منطق‌های ربط اسمایی و تنتت وارد می‌شود.

۳.۵. عدم تطابق شرطی با استنتاج

پیشتر دیدیم که شرطی استلزام مادی در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی، هرچند به صورت کلی متعدی است (ص ۵۸ بند ۳۰):

$$(7) P \supset Q, Q \supset R \vdash P \supset R$$

اما در برخی موارد خاص غیرمتعدی است (ص ۴۸):

$$(8) P \supset Q, Q \supset P \not\vdash P \supset P.$$

عدم تعدی «استلزام مادی» در استنتاج (۸)، جدای از انتقاد نقض «کلیت تعدی» بیان شده در استنتاج (۷) (یعنی جدای از نقد نقض «قاعده جانشینی»)، این نقد را دامن می‌زند که استنتاج (۸)

در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی به صورت قضیه قابل اثبات است:

$$(9) \vdash [(P \supset Q) \wedge (Q \supset P)] \supset (P \supset P)$$

برهان:

- | | |
|-------------------------------------------------------------------|------------|
| 1. $P \supset P$ | معرفی قضیه |
| 2. $\sim [(P \supset Q) \wedge (Q \supset P)] \vee (P \supset P)$ | معرفی ۲ |
| 3. $[(P \supset Q) \wedge (Q \supset P)] \supset (P \supset P)$ | استلزام ۲ |

این نشان می‌دهد که استنتاج در نظام تابع‌ارزشی با ادات شرطی این نظام «همهانگی» نیست و در اصطلاح فنی، «قضیه استنتاج» (Deduction Theorem) در این نظام برقرار نیست. البته نویسنده کتاب به این مسئله واقف بوده و چندین بار به آن توجه داده است (ص ۱۹۹-۱۹۸ و ۱۷۲-۱۷۴ و ۱۲۸-۱۲۲ و ۷۲-۷۱ و ۵۴-۵۵). شاید دلیل ایشان این باشد که شرطی در نظام تابع‌ارزشی استلزام مادی است ولی استنتاج در این نظام استلزام مادی نیست بلکه استلزامی قوی‌تر است و اگر قضیه استنتاج برقرار نیست و میان شرطی و استنتاج این نظام «همهانگی» دیده نمی‌شود به همین دلیل است.

در پاسخ باید بگویم که به نظر نمی‌رسد این «ناهمهانگی» میان شرطی و استنتاج، ربطی به تمایز استلزام مادی و غیر مادی داشته باشد چرا که برقراری تعدی در نظام استنتاج طبیعی حاج‌حسینی در دو صورت زیر که تفاوت‌شان در نشان دادن نماد استلزام مادی به جای نماد استنتاج (و نیز نشان دادن نماد عاطف به جای کاما) است معلوم می‌سازد که در تعدی شرطی به صورت کلی، همهانگی میان شرطی و استنتاج برقرار است:

$$P \supset Q, Q \supset R \vdash P \supset R$$

$$\vdash [(P \supset Q) \wedge (Q \supset R)] \supset (P \supset R).$$

در آنچه گذشت توجه کنیم که «همهانگی» به معنای «این‌همانی» نیست و من ادعا نکرده‌ام که استنتاج و استلزام مادی یکی هستند؛ استنتاج (از دیدگاه سمانتیکی) به معنای «صدق‌نگهداری در همه مدله‌ها» است ولی استلزام مادی «صدق‌نگهداری در یک مدل خاص». به گمان من تمایز ناموجه در کتاب، در شرط فلسفی زیر است که نویسنده کتاب، در مفهوم استنتاج افزون بر همین معنای «صدق‌نگهداری در همه مدله‌ها» به معنای «استنتاج» افزوده است:

مقدمه و نتیجه: (الف) یا هر دو قضیه باشند (ب) یا هر دو نقیض قضیه باشند (ج) یا هر دو هیچ کدام باشند.

افزودن چنین شرط فلسفی است که سبب شده دو قاعده «تعدی استنتاج» و «تعدی شرطی» در برخی موارد نقض شوند و در نتیجه، این دو قاعده از کلیت بیفتند. خود همین مسئله (یعنی فقدان قضیه استنتاج و نقض کلیت قاعده‌های تعدی) می‌تواند نشانه‌ای صوری باشد بر نادرستی افزودن شرط یادشده بر «صدق‌نگهداری در همه مدلهای».

۶. نتیجه

۱. نشان دادم که ویرایش دوم کتاب حاج‌حسینی یک نظام تابع‌ارزشی معرفی کرده است که نظریه برهان و نظام استنتاج طبیعی آن دچار دور است و بنابراین، در واقع، نظریه برهانی در این کتاب معرفی نشده است. در واقع، نخستین و مهم‌ترین نقد صوری وارد بر نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی مشکل دور در تعریف قواعد استنتاجی «درست» است زیرا قاعده «درست» را بر پایه «نحوی‌ناسازگار» تعریف می‌کند و این دومی را بر اساس همان قاعده «درست» نشان دادم که این ایراد را می‌توان با افزودن قید «منطق کلاسیک» در تعریف «قضیه» و «برهانی سازگار» برای نظام تابع‌ارزشی برطرف کرد. (در مقاله دیگری نشان خواهم داد که این نقد را برای نظام غیرتابع‌ارزشی کتاب نمی‌توان پاسخ داد چون هیچ منطق مناسبی را سراغ ندارم که مقبول نویسنده کتاب باشد، حتی منطق‌های ربط، تا با افزودن آن در تعریف «قضیه» یا «برهانی سازگار» مشکل را برطرف کنم).
۲. از دست رفتن قاعده جانشینی: وقتی سازگاری مجموعه مقدمات را در تعریف «درستی» شرط می‌کنیم، برخی استدلال‌های درست نمونه‌جانشین‌هایی خواهند داشت که مقدمات آنها با هم ناسازگار می‌شوند بدون اینکه نتیجه آنها ناسازگار باشد. در این صورت، قاعده جانشینی دیگر معتبر نخواهد بود. هم‌چنین، وقتی قضیه نبودن نتیجه را در تعریف «درستی» شرط می‌کنیم، برخی استدلال‌های درست نمونه‌جانشین‌هایی خواهند داشت که نتیجه آنها قضیه می‌شوند بدون اینکه مقدمات آنها قضیه باشند. در این صورت، قاعده جانشینی دیگر معتبر نخواهد بود.
۳. عدم بیان قاعده فرض: قاعده فرض در این نظام به عنوان یک قاعده جداگانه معرفی نشده است و برای بستن فرض‌های کمکی از نماد گروه استفاده شده است بدون اینکه به خواننده ایرانی که غالباً با این کاربرد گروه ناآشنا است توضیح داده شود.
۴. نویسنده کتاب قاعده حذف فاصل در منطق کلاسیک را به دلیل هارمونی نداشتن کنار گذاشته و به جای آن، قیاس انفصالی را در نظام تابع‌ارزشی خود جایگزین کرده است بدون

- اینکه بگویند چرا اولی هارمونی نداشته و دومی دارد.
۵. بیان نادرست قاعده‌های برهان خلف: در بیان قاعده‌های برهان خلف، از نمادی برای تناقض مبهم استفاده شده است که مستقلاً برای آن قاعده‌ای بیان نشده است در حالی که به سادگی می‌شد قواعد برهان خلف و قواعد تناقض را از هم جدا کرد.
۶. بیان قاعده‌های برهانک‌ها و عدم استفاده از آنها: در این کتاب از برهانک‌ها و خطوط و فلش‌های آن‌چنان که در برخی کتاب‌های منطقی رایج است استفاده نشده اما قواعد آن توضیح داده شده است که امری زاید به نظر می‌رسد.
۷. مربوط نبودن مقدمات و نتایج استنتاج‌ها: در نظام استنتاجی تابع‌ارزشی، استدلال‌هایی اثبات می‌شود که مقدمه به نتیجه نامربوط است و استدلال‌هایی غیر قابل اثبات است که مقدمه به نتیجه مربوط است و این درست در مقابل هدفی است که نویسنده کتاب از تأسیس این نظام در نظر داشته است.
۸. هم‌ارزی یک فرمول با چند فرمول ناهم‌ارز: در این نظام، برخی فرمول‌ها وجود دارند که هم‌ارزی آنها با چند فرمول ناهم‌ارز از دیدگاه این نظام اثبات می‌شود. اینکه یک فرمول، هم‌ارز چند فرمول ناهم‌ارز باشد با شهودهای طبیعی ما سازگار نیست.
۹. عدم تطابق شرطی با استنتاج: در این نظام، ادات شرطی دارای مفهوم تابع‌ارزشی و به معنای «استلزام مادی» است ولی استنتاج درست در این نظام فاقد مفهوم «استلزام مادی» است. از آنجا که کتاب شامل دو نظام تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی است، طبیعتاً انتظار می‌رود که هماهنگی میان شرطی و استنتاج در هر دو مراعات شود.

یادداشت‌ها

۱. برای استدلال‌های چندمقدمه‌ای، تعریف پیچیده‌تر زیر را می‌توان به کار برد که در آن X برای مجموعه مقدمات به کار می‌رود:
- $X \Vdash B$: $X \vdash B$ and for all A (if $X \vdash A \wedge \sim A$ then $B \vdash A \wedge \sim A$) and (if $\vdash B$ then for all A , if $A \in X$ then $\vdash A$).

۲. برای استدلال‌های چندمقدمه‌ای، تعریف پیچیده‌تر زیر را به کار می‌بریم:

$X \Vdash B$: $X \vdash B$ and {for all A ($X \vdash A \wedge \sim A$ and $\vdash \sim B$) or ($\vdash B$ and for all A , if $A \in X$ then $\vdash A$) or [$X \nVdash A \wedge \sim A$ for all A , and for some A , ($A \in X$ and $\nVdash A$) and $\nVdash B$, and $\nVdash \sim B$]}.}

خواننده خود می‌تواند این بیان را به شیوه‌های مختلف کوتاه‌تر سازد.

۳. در سایت زیر نام Neil Tennant به صورت «نیو تانت» تلفظ می‌شود:

<https://www.howtopronounce.com/neil-tennant>.

4. Remark 1. \perp is not an atom. \perp never occurs as a subformula; it is merely a punctuation device in proofs, used in order to register absurdity. (Tennant 2017, p. 266).

منابع

حاج‌حسینی، مرتضی، طرحی نواز اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، ۱۳۹۶.

حاج‌حسینی، مرتضی، طرحی نواز اصول و مبانی منطق با معرفی دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، ۱۴۰۱ق.

موحد، ضیاء، درآمدی به منطق کلاسیک، تهران، انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۶۸.

Tennant, N., *Core Logic*, Oxford, Oxford University Press, 2017.

Hajhosseini's Truth-Functional Logic

Asadollah Fallahi*

Abstract

Mortaza Hajhosseini has recently published the second edition of his book *Two Non-Classical Logic Systems, A new Outlook on Elements of Logic*. Similar to the first edition, he has introduced four non-classical logics (truth-functional, non-truth-functional and combinations of the two). In this article, I will only deal with his Truth-Functional System and the formal-mathematical criticisms levelled against it. I will leave the discussions related to the Non-Truth-Functional System, as well as the philosophical and non-formal criticisms of both systems, and the related historical materials to future articles. The major formal criticisms are as follows: 1. the cyclic nature of some definitions; 2. Losing the rule of Substitution; 3. The incorrect expression of the rules of reduction ad absurdum; 4. lack of relevance between premises and conclusions of inferences The irrelevance of premises to

* Professor of the Department of Logic, Iranian Institute of Philosophy,
Tehran, Iran falahi@yaho.com

conclusions of inferences; 5. Equivalence of formulas to several inequivalent ones; 6. Lack of correspondence between conditional and inference. There are some less important criticisms: 7. Failure to express the rule of Assumption; 8. Failure to state the reason for the lack of harmony in the rule of Disjunction Elimination in Classical Logic and the harmony of the Disjunctive Syllogism in the Truth-Functional System; 9. Expressing the rules of sub-proofs without using them.

Keywords: *classical logic, truth-functional system, vicious circle, transitivity, inference.*